

## Editorial

Liebe Leserin,  
lieber Leser,

aprikosengroße Hagelkörner fielen in den letzten Wochen vom Himmel. In Einzelfällen waren die „Körner“ sogar so groß wie Tennisbälle. Diese Wetterextreme trafen unter anderem Sachsen am 16. Juni sowie Baden-Württemberg am 29. Juni 2006. Naturwissenschaftler warnen, dass sich die hiesigen Naturgefahren noch weiter verschärfen. Was dies für die Versicherer heißt, behandeln wir mit einem Bulletin-Schwerpunkt „Sturm/Hagel“. Hierzu ein Interview mit Yörn



Tatge vom internationalen Risikomanager AIR sowie die vom GDV erarbeiteten Risikomodelle.

Ihr Onnen Siems

P.S.: Über die zahlreiche Beteiligung am MRS-WM-Tippspiel haben wir uns sehr gefreut. Das beste Torgespür hatten Markus Kuchinke (LVM), Thomas Orbach (Delvag), Markus Müller (WüBa), Dr. Michael Alex (R+V) und Jörg Dreisow (Deutscher Ring) - herzlichen Glückwünsch!

## Naturkatastrophen

## Die RECHNUNG bleibt nicht aus!

Auch in unseren Breitengraden werden Naturkatastrophen immer präsenter. Wie sieht ein verlässliches Risikomanagement aus? Ist das Sturmrisiko im GDV-Standardansatz präzise dargestellt? Fragen an Yörn Tatge, Geschäftsführer der AIR Worldwide GmbH, die gemeinsam mit MRS einen Naturgefahren-Service aus einer Hand anbietet.

■ Brauchen wir im deutschsprachigen Raum wirklich Risikomodelle für Naturkatastrophen?

Naturkatastrophen sind uns näher als viele meinen. Nach AIR-Berechnungen hat ein Sturmereignis in Deutschland, welches Schäden von 8 Milliarden Euro anrichtet, eine jährliche Wahrscheinlichkeit von 1%. Hierbei ist der Begriff „Jahrhundertsturm“ jedoch irreführend, denn natürlich ereignet sich ein solcher Schaden nicht exakt alle 100 Jahre. Sobald man einen Zeitraum von zehn Jahren betrachtet, steigt die Wahrscheinlichkeit schon auf 9,6%. Wenn man nun noch die Bautätigkeit und die Wertsteigerung von Gebäuden über diese zehn Jahre berücksichtigt, liegt der Wert sogar bei bis zu 15%. Damit sich Versicherer auf diese Schadenpotenziale einstellen können, brauchen sie naturwissenschaftlich fundierte Risikomodelle.

■ Einige halten Risikomanagement schlicht für Quacksalberei.

Sicher gibt es Vorbehalte, aber insgesamt lässt sich ein Bewusstseinswandel beobachten. Das Problem des Risikomanagements ist es, dass es keinen unmittelbaren Gegenwert produziert. Wie wichtig es jedoch ist, haben nicht zuletzt die vergangenen Jahre gezeigt. Stürme wie Lothar und Anatol haben Deutschland nur am Rande gestreift, aber in Frankreich



„Das Standardmodell greift aus meiner Sicht viel zu kurz.“

bzw. Dänemark für riesige Schäden gesorgt, wie sie dort nur alle 70 bis 100 Jahre beobachtet werden können. Orkan Lothar richtete jedoch auch riesige

## Die Themen dieser Ausgabe

## Naturkatastrophen

Die Rechnung bleibt nicht aus!

Seite 1

## Interne Modelle

Der GDV rüstet gegen den Sturm

Seite 2

## MRS-Software

VENUS-Update

Seite 4

## Serie

Solvency II Update – Teil 6

Seite 5

## Portrait

Professor Dr. Michael Radtke

Seite 5

## Gewinnspiel

Seite 6



## Interne Modelle

# Der GDV rüstet gegen den Sturm

Mit einem neuen Impuls traut sich der GDV an die interne Risikomodellierung heran. Hierbei hat er zunächst das Sturmrisiko für die VGV-Sparte herausgegriffen, zu dem er zwei Vorgehensweisen präsentiert: Eine abgespeckte Version, die verhältnismäßig leicht zu implementieren ist, sowie ein VU-individuelles, internes Modell, das höhere Präzision bringt, aber auch große Aufwände.

Mit den beiden Ansätzen zur internen Risikomodellierung, die der Verband präsentiert, reagiert er auf die Umwälzungen, die durch Solvency II zu erwarten sind, aber auch auf die größte und augenfälligste Naturgefahr – Sturm. Im Unterschied zum Standardmodell beschränken sich die

teilung (Schritt 3). Im letzten Schritt nimmt der GDV eine Risikokapitalberechnung vor. Hieraus gehen konkrete Kennzahlen hervor, beispielsweise ein Erwartungswert für den Marktschadensatz von 0,16‰ für das globale Niveau sowie 0,97‰ für einen 200-Jahresschaden, wobei – analog zum GDV-

Standardmodell – eine 15-jährige-Basislast abgezogen wird. Die resultierenden Angaben unterscheiden sich zum Teil deutlich von denen des Standardmodells, bei dem ein 200-Jahresschaden – wiederum abzüglich der 15-jährigen-Basislast – beispielsweise mit 0,76‰ ausgewiesen wird. An dieser Stelle kommen die VU ins Spiel. Theoretisch könnten sie ihr Solvabilitätskapital ermitteln, indem sie die Marktschadensätze proportional zu ihren individuellen Marktanteilen umschlüsseln. Dies würde der Denkweise des Standardmodells entsprechen. Doch der vorliegende Neuansatz rückt die individuellen Portefeuilles der Unternehmen stärker in den Vordergrund – und zwar in zwei Varianten.

Variante A ist eine Art „internes Modell light“. Ein Unternehmen analysiert seine VU-individuellen Daten – allerdings nicht für einen jahrzehntelangen Zeitraum, wie bei internen Modellen üblich, sondern nur für das jüngste Schadenjahr. Hierfür berechnet das VU (Schritt 1) sämtliche Kombinationen der Merkmale Nutzungsart, BAK, Tarifzone und Baujahr. Diese Daten fungieren als Stichprobe, um festzustellen, inwieweit die Unternehmensdaten in diesem Zeitraum vom Marktgeschehen abweichen. Hieraus wird der Sturm-Index erstellt, eine Art „Abweichungsprofil“, das auf die GDV-Gesamtmarktzahlen von 1970-2004 hochgerechnet wird. In Schritt 2 werden mit Hilfe der gestützten<sup>1</sup> Burr-Verteilung dann die entsprechen-

Ablaufschema  
Sturm/Hagel –  
Gesamtschadenverteilung

### Markt-Risikomodelle für VGV-Sturm /Hagel

- 1 Empirische Schadensätze 1970-2004
- 2 Validierte\* Schadensätze 1970-2004
- 3 Verteilungsanpassung
- 4 Risikokapitalberechnung – Erwartungswert: 0,16‰, 200-Jahresschaden: 0,97‰

\*Einschränkung auf Massensegment z.B. Versicherungssumme unter 2 Mio. Euro

### Individuelles Modell – zwei Varianten

#### Variante A

- 1 Berechnung des Sturm-Indexes mittels „Gewichteter Messwertstatistik“; Basis: jüngstes Schadenjahr, Datenstruktur: Nutzungsart, BAK, Tarifzone, Baujahr
  - 2 Kalibrierung der Burr-Verteilungsparameter mit Sturm-Index
- > geeignet für kleinere und mittlere Portefeuilles

#### Variante B

- Analogen Vorgehen (1) bis (4) mit VU-individuellen Daten
- > geeignet für größere Portefeuilles

Neuansätze ausschließlich auf die VGV-Sparte.

Grundlage beider Varianten ist ein vierschrittiges Verfahren. Entlang dieser Schrittfolge analysiert der GDV den Gesamtmarkt. Hierzu nutzt er die Daten, die ihm die Versicherer regelmäßig liefern. Zunächst sichtet er die empirischen Schadensätze von 1970 bis 2004 (Schritt 1 im Schaubild). Anschließend werden die Datensätze validiert – ein aufwändiges Unterfangen, das viele Einzelschritte nötig macht. Unter anderem wird auf das Massensegment (z.B. Versicherungssumme unter 2 Mio. Euro) eingeschränkt (Schritt 2). Dann erfolgt eine statistisch fundierte Verteilungsanpassung mit der so genannten Burr-Ver-

<sup>1</sup> Der GDV empfiehlt eine Stützungs Grenze von 3‰.

den Parameter ermittelt.

Dieses Verfahren der „Gewichteten Messwertstatistik“ bietet eine Art halb-individuelle Risikoanalyse. Es nutzt VU-individuelle Daten, jedoch nur aus einem eng begrenzten Bezugszeitraum. Grundsätzlich ist es besonders für kleine und mittlere Portefeuilles geeignet. Es handelt sich um einen pragmatischen Lösungsansatz, der jedoch eine entscheidende Einschränkung aufweist: Er setzt eine Schadenhistorie voraus, die dem Markt ähnelt. Für VU mit regionalen und nicht-marktkonformen Schwerpunkten ist das Modell nicht geeignet.

Die Variante B bedeutet, dass ein Unternehmen ein klassisches internes Modell implementiert. Hierfür durchläuft es die Schritte 1 bis 4, wie sie oben beschrieben wurden. Doch es greift hierbei nicht auf die marktweiten GDV-Berechnungen zurück, sondern verarbeitet seine VU-individuellen Daten aus den Jahren 1970-2004 vollkommen eigenständig. Nach dem Heben der Daten müssen diese validiert werden. Anschließend steht eine Verteilungsanpassung an, die im letzten Schritt zu einer Risikokapitalberechnung führt.

Der Unterschied zu Variante A ist mit den Händen zu greifen. Statt auf Gesamtmarktzahlen aufzusetzen, entwickelt das Unternehmen ein eigenständiges Risikomodell, gewissermaßen von der Pike auf. Ein Vorhaben, das meist einen immensen Aufwand bedeutet und eher für VU mit größeren Portefeuilles zu empfehlen ist. Im Gegenzug führt diese Modellvariante zu einer Weitsicht, die bei eintretenden Extremschäden vor bösen Überraschungen schützen kann.

Mit Vorsicht zu genießen ist jedoch die naturwissenschaftliche Grundlage beider Varianten. Die Modelle beruhen auf insgesamt 35 Beobachtungen – verglichen mit dem, was bei naturwissenschaftlichen Risikoberechnungen machbar ist, eine recht dünne Grundlage. Deutlich macht dies der Trend, den der GDV für die Entwicklung von Naturgefahren angibt. Hierzu hält der Verband eindeutig fest: „Analysen [der betrachteten] Zeitreihe ergaben keinen signifikanten Trend.“ Ein Ergebnis, das sich nicht mit naturwissenschaftlichen Erkenntnissen deckt. Dass Naturgefahren in Folge der globalen Erwärmungen zunehmen, gilt unter Wissenschaftlern als weitgehend sicher. □

#### Naturkatastrophen

##### Die Rechnung bleibt nicht aus!

► Schäden im Südwesten Deutschlands an und Orkan Jeanett war so etwas wie ein Warnschuss für Westdeutschland. Dadurch werden die Bedrohungen ernster genommen.

Natürlich kann man trotzdem fragen: „Was interessiert mich das, als relativ kleiner Versicherer?“ Die Rechnung wird einem über die Rückversicherung präsentiert. Hier ist ganz deutlich der Einfluss der überaus aktiven Hurrikansaisons der letzten zwei Jahre zu spüren. Die Preise für Naturgefahren-Rückversicherungen gehen global deutlich nach oben. Wer sich mit Risikomanagement nicht auseinandersetzt, ist klar im Nachteil.

■ **Wie bewerten Sie den GDV-Standardansatz, der zum ersten Mal die Naturgefahr Sturm in die Risikokapitalberechnung einbezieht?**

Das Standardmodell kalkuliert das Sturmrisiko auf der Grundlage von Marktanteilen. Dies greift aus meiner Sicht viel zu kurz – schließlich hat jedes Portefeuille seine Eigenheiten. Besonders für kleinere Versicherer mit regionalem Fokus können die Verallgemeinerungen des Standardmodells nicht akzeptabel sein. Individuelle Lösungen sind unumgänglich.

Außerdem bietet ein ganzheitliches Risikomanagement ja nicht nur die erforderlichen Nachweise für Solvency II. Es hilft, Raten zu bestimmen oder den eigenen Rückversicherungsschutz unter Einbeziehung des Risikokapitals zu optimieren. Zudem lässt sich die Zeichnungsstrategie verbessern, wenn man zum Beispiel feststellt, dass man in bestimmten Regionen überproportional exponiert ist.

■ **Wie kann AIR Versicherungsunternehmen helfen, ein internes Risikomodell aufzubauen?**

Zunächst muss ich sagen, dass wir niemanden bei der Hand nehmen und sagen „Pass auf, so macht ihr das jetzt“. Dazu sind

Es braut sich etwas zusammen. Wachsende Sturmgefahr auch für Deutschland.

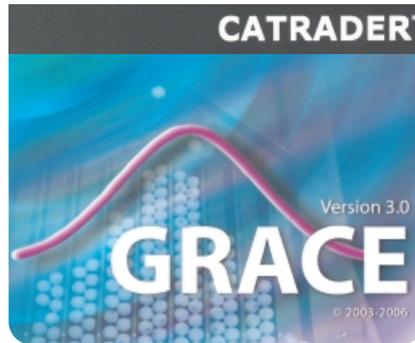


„Die Rechnung wird einem über die Rückversicherung präsentiert.“

die Versicherungsunternehmen auch viel zu unterschiedlich. Die Analyseergebnisse unserer Modelle stellen das Sturmschadenpotential eines Unternehmens mittels Wahrscheinlichkeitsverteilungen dar. Hieraus lassen sich dann konkrete Rückschlüsse zum Katastrophenmanagement ziehen – eine wesentliche Grundlage für effizientes internes Risikomanagement.

■ AIR-Tools wie CATRADER und CLASIC sind angesehen, aber auch kostspielig. Zu Ihren Kunden zählen internationale Versicherungskonzerne. Können sich mittelständische Unternehmen ihre teure Software überhaupt leisten?

„Teuer“ ist immer sehr relativ. Letztlich muss man sich vor Augen halten, dass wir nicht Software verkaufen, sondern Know-how. Wir haben einen Stab von mehr als 120 Naturwissenschaftlern, die unsere Modelle laufend weiterentwickeln. Außerdem darf man nicht vergessen, was auf dem Spiel steht. Wenn man zum Beispiel an den erwähnten 8-Milliarden-Sturmschaden denkt, relativiert sich der Begriff „teuer“ recht schnell. Aber ein Unternehmen muss nicht zwangsläufig eine Lizenz für unsere Software erwerben. In Zusammenarbeit mit MRS bieten wir auch individuelle Analysen an. Ein Unternehmen liefert seine Daten an MRS. Im Rahmen unserer Kooperation werden die Daten aufbereitet, bereinigt und analysiert. Der Preis hierfür liegt deutlich unter dem für die Softwarelizenz. In dieser Einmalanalyse erstellen wir Schadenwahrscheinlichkeitskurven, benen-



Das AIR-Risktool und die MRS-Software sind über eine Schnittstelle verbunden. AIR und MRS bieten einen Naturgefahren-Service aus einer Hand.

nen Auffälligkeiten sowie Überexponierungen und sprechen Empfehlungen aus.

■ Wie sieht die Zusammenarbeit zwischen AIR und MRS aus?

Ein konkretes Beispiel ist eine Software-Schnittstelle, die wir zwischen CATRADER und dem RV-Optimierungstool GRACE von MRS eingerichtet haben. Die Daten, die aus den AIR-Naturkatastrophenmodellen stammen, kann man mit Hilfe von GRACE direkt in die Versicherungstechnik umsetzen und zum Beispiel den Value-at-Risk für Brutto und Netto berechnen. MRS hat ein gut eingespieltes Verhältnis zu seinen Kunden, wenn es um komplexe und vertrauliche Datenauswertungen geht. In diese Verbindung bringt AIR sein fundiertes Know-how zu Naturgefahren ein. Gemeinsam wollen wir vor allem kleine und mittlere Unternehmen ansprechen. □

Das Interview führte Thilo Guschas.

Für nähere Informationen zum AIR/MRS-Naturgefahren-Service wenden Sie sich an Onnen Siems, 0221 / 420 53-0, siems@aktuare.de,

[www.aktuare.de/natcat](http://www.aktuare.de/natcat)

## VENUS-Aktuarielle Abwicklungsanalyse

# Wir bleiben am Ball: VENUS Update

Wir frischen Ihr Reservierungstool auf! In den kommenden Tagen bekommen alle VENUS-Kunden ein Update mit zahlreichen neuen Funktionalitäten.

- Neues Office-XP-Design und erweiterte Druckoptionen.
- Verteilung des Nachlaufs auf mehrere Jahre – wichtig für den Cost of Capital-Ansatz im Rahmen von QIS 2.
- Zyklisches Modell zur Prognose unterjähriger Schadendaten. □



Für nähere Informationen zu VENUS wenden Sie sich an Markus Steinfeld, 0221 / 420 53-0, steinfeld@aktuare.de, [www.aktuare.de/venus](http://www.aktuare.de/venus)

MRS BULLETIN  
2 / 2006

Serie: Solvency II Update – Teil 6

## Was bringen interne Risikomodelle?

Interne Risikomodelle mögen lästig erscheinen: Sie verursachen Kosten und binden Personal. Was bringen sie einem Unternehmen eigentlich für Vorteile?

Wird dieser Bauer den Sturm trocken überstehen? Manche Fragen lassen sich auch ohne internes Modell beantworten.



Um ein internes Risikomodell einzurichten, ist es zunächst nötig, historische Bestandsdaten zu heben sowie Parameter zu schätzen. Meist wird diese Aufgabe im Betrieb auf das übliche Alltagsgeschäft obenauf gesetzt. Oft sind sogar mehrere Bereiche im Unternehmen eine gewisse Zeit lang blockiert.

Dem gegenüber steht eine Reihe von Vorteilen. Wer ein internes Risikomodell einmal implementiert hat, kann Unternehmensrisiken präzise quantifizieren. Besonders in Verhandlungssituationen kann eine solche Erkenntnistiefe Gold wert sein.

Ob beispielsweise eine Rückversicherung im Preis vertretbar ist oder welche Geschäftssegmente profitabel sind, lässt sich damit handfest beurteilen. Damit erhält die Unternehmenssteuerung zusätzliche, verlässliche Entscheidungsgrundlagen.

Zugleich könnte sich auch die Geltung von Faktorenmodellen verschlechtern. Dieser Modelltyp, der bislang als die übliche Herangehensweise galt, wird künftig voraussichtlich einen Wettbewerbsnachteil bedeuten, das Verwenden von internen Risikomodel-

len wird dagegen als Qualitätsmerkmal dastehen. „Wer mit der Zeit geht und die eigenen Risiken transparent macht, hat seinen Laden im Griff“ – ein solches Urteil könnte nicht nur als Ratingaspekt an Bedeutung gewinnen.

Dass die Relevanz von internen Modellen wächst, lässt sich an den QIS (Quantitative Impact Studies) ablesen. Ziel dieser Feldstudien ist, reelle Anhaltspunkte für die quantitativen Anforderungen unter Solvency II zu gewinnen. Mit der derzeit laufenden QIS 2 werden errechnete Kapitalanforderungen dem tatsächlich vorhandenen Kapital gegenüber gestellt. Im Besonderen erweisen sich hier die Naturgefahren – vor allem das Sturmrisiko – als wesentlicher Kapitaltreiber. Nicht zuletzt aus diesem Grund wird eine unternehmensindividuelle Modellierung zunehmend unerlässlich. Aller Voraussicht nach wird mit weiteren Naturgefahren wie Hagel und Überschwemmung ebenso verfahren werden. Damit müssten viele Unternehmen ein Teil dessen leisten, was nötig wäre, um ein internes Risikomodell einzurichten. □

Wir unterstützen Sie gerne bei QIS 2! Für nähere Informationen zu Solvency II wenden Sie sich bitte an Dr. Dietmar Kohlruss, 0221 / 420 53-0, kohlruss@aktuare.de,

[www.aktuare.de/solvency2](http://www.aktuare.de/solvency2)

### Portrait

## Professor Dr. Michael Radtke



Professor Dr. Michael Radtke ist Mitgründer und Geschäftsführender Gesellschafter der aktuariellen Beratungsgesellschaft Meyerthole Radtke u. Siems. Radtkes berufliche Laufbahn begann an der Universität Siegen, wo er nach dem Studium der Mathematik als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl Wahrscheinlichkeitstheorie und Mathematische Statistik arbeitete. Anschließend war er Referent beim Statistischen Bundesamt in Wiesbaden tätig. Von dort wechselte er zur Kölnischen Rückversicherungsgesellschaft, wo er als stellvertretender Abteilungsleiter den Bereich Consulting betreute.

Seit 1998 ist Radtke Professor für Risikomanagement, Versicherungen und Finanzmanagement an der Fachhochschule Dortmund. In der Deutschen Aktuarsvereinigung ist er Mitglied im Ausschuss Schaden und Leiter der Arbeitsgruppe Schadenreservierung.

## Gewinnspiel

# Fußball-Rätsel

Um die Zeit zwischen WM und EM ein wenig zu verkürzen, haben wir diesmal ein Fußball-Rätsel für Sie.

Es gibt elf äußerlich identische Bälle. Einer von den Bällen ist entweder leichter oder schwerer. Es steht eine Balkenwaage mit zwei Waagschalen zur Verfügung, mit der man Gewichte vergleichen kann.

**Unsere Gewinnfrage: Ist es möglich, mit drei Wiegevorgängen, denjenigen Ball herauszufinden, der gewichts-**

**mäßig nicht zu den anderen passt und zu entscheiden, ob dieser schwerer oder leichter ist als die anderen?**

**Senden Sie uns Ihren Lösungsweg bis zum 1. Oktober 2006 an Michèle Alvarez, [alvarez@aktuare.de](mailto:alvarez@aktuare.de).**

**Unter den richtigen Einsendungen verlosen wir ein Sturmfeuerzeug – damit Sie auch bei widrigen Wetterverhältnissen Ihre Favoritenmannschaft zünftig feiern können!**

## Impressum

**Herausgeber**  
Meyerthole Radtke u. Siems, Gesellschaft für actuarielle Beratung mbH, Aduchtstr. 7, 50668 Köln, 0221 / 42 053 - 0 [bulletin@aktuare.de](mailto:bulletin@aktuare.de), [www.aktuare.de](http://www.aktuare.de)

**Konzept & Redaktion**  
Onnen Siems, Thilo Guschas

**Design**  
Bothgrafik, Köln

**Druck**  
Köcher Druck GmbH, Köln

Alle Angaben wurden sorgfältig recherchiert und zusammengestellt. Für die Richtigkeit und Vollständigkeit des Inhalts übernehmen die Autoren und Herausgeber keine Gewähr. Alle Rechte vorbehalten, auch die der fotomechanischen Wiedergabe und der Speicherung in elektronischen Medien.

Nachdruck, auch auszugsweise, ist gestattet. Um ein Belegexemplar wird gebeten.

## Auflösung

# Die Sieger-Mail

Unter den richtigen Zuschriften zum „Schafs-, Wolfs- und Schlangenrätsel“ fiel das Los auf Andreas Müller (DEVK), dem wir an dieser Stelle herzlich gratulieren möchten! Eine besonders schöne Lösung, die allerdings kein Losglück hatte, hat uns Markus Poppenberg (VPV) geschickt. Seine präzisen mathematischen Ausführungen, die unter anderem einen alternativen Lösungsweg mit Fibonacci-Zahlen beinhalten, finden Sie auf [www.aktuare.de/quiz](http://www.aktuare.de/quiz)

## MRS bewegt sich



© Foto: Carlo Rosenkranz/Rhein-Lahn-Zeitung

Unser Mitarbeiter Wolfgang Hennig erbringt nicht nur bei MRS Höchstleistungen, sondern auch beim Mittelrhein-Marathon. Beim Köln-Marathon am 8. Oktober 2006 laufen gleich mehrere MRS-Mitarbeiter mit.

**Wir danken Herrn Poppenberg für diese außergewöhnlich aufbereitete Lösung!**

**1 Das Schafs-, Wolfs- & Schlangenrätsel**  
Markus Poppenberg

**Verallgemeinerte Aufgabe:** Am Morgen des  $n$ -ten Tages, um 6 Uhr, leben noch  $x$  Wölfe,  $y$  Schafe,  $z$  Schlangen.

**Frage:** Welche Tiere bevölkern das Tal am ersten Tag um sechs Uhr morgens?

**Lösung:** Leben etwa zu einem gewissen Zeitpunkt  $a_{11}x + a_{21}y + a_{31}z$  Wölfe,  $a_{12}x + a_{22}y + a_{32}z$  Schafe,  $a_{13}x + a_{23}y + a_{33}z$  Schlangen, so schreiben wir

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

Wir betrachten die Matrizen  $A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Wird die Population an einem gewissen Tage um 6 Uhr morgens durch die Matrix  $B$  beschrieben, so wird die Bevölkerung am Tage zuvor um 13 Uhr dargestellt durch die Matrix  $B \cdot A_3$ , ferner um 11 Uhr durch die Matrix  $B \cdot A_3 \cdot A_2$  sowie um 6 Uhr durch die Matrix  $B \cdot A_3 \cdot A_2 \cdot A_1$ . Die eintägige Transformation der Tierwelt wird somit abgebildet durch die Matrix  $A = A_3 \cdot A_2 \cdot A_1$  mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Am ersten Tages um 6 Uhr hat man folglich die Bevölkerungsverteilung

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}^{n-1}$$